Heinrich-Heine-Universität
Marcus Zibrowius
Peter Arndt

Sommersemester 2019
31.05.2019

Einführung in die Topologie
Blatt 9

---

33 | Fix und fertig

Jede stetige Selbstabbildung des Kreises vom Grad ungleich eins hat einen Fixpunkt.

34 | Ringelkringel

Die punktweise Multiplikation und die Komposition von Abbildungen geben $[S^1, S^1]$ eine Ringstruktur. Die Gradabbildung $\deg\colon [S^1, S^1] \to \mathbb{Z}$ ist ein Ringisomorphismus: $\deg(f \circ g) = \deg f \cdot \deg g$.

35 | Fasertransport

Sei $p\colon \mathbb{R} \to S^1$ die Exponentialabbildung. Die Zuordnung, welche jedem Punkt $z \in S^1$ seine Faser $p^{-1}(z)$ in $\mathbb{R}$ zuordnet, kann zu einem Funktor

$$\Pi(S^1) \to \textsf{Sets}$$

erweitert werden. Für jeden Weg $\gamma\colon z \rightsquigarrow z'$ bildet die induzierte Abbildung $p^{-1}(z) \to p^{-1}(z')$ einen Punkt auf den Endpunkt der Hochhebung von γ an diesem Punkt ab.

36 | Die Fundamentalgruppe des Kreises

Die Fundamentalgruppe $\pi_1(S^1, z)$ ist für jeden Punkt $z \in S^1$ isomorph zu $\mathbb{Z}$. Ein Isomorphismus wird definiert durch die Abbildung $\varphi_z\colon \mathbb{Z} \to \pi_1(S^1, z)$, welche den Erzeuger $1 \in \mathbb{Z}$ auf die durch $t \mapsto e^{2\pi i t} z$ definierte Schleife abbildet. Für jede stetige Abbildung $f\colon S^1 \to S^1$ ist das folgende Diagramm kommutativ:

$$\begin{tikzcd}
\pi_1(S^1, z) \arrow[r, "f_*"] & \pi_1(S^1, fz) \\
\mathbb{Z} \arrow[u, "\varphi_z"] \arrow[r, "\deg f"'] & \mathbb{Z} \arrow[u, "\varphi_{fz}"']
\end{tikzcd}$$

★ Naiv

Ist $\pi_1(i)$ für jede Einbettung i injektiv?
Ist $\pi_1(p)$ für jede Identifizierung p surjektiv?

Abgabefrist: 07.06.2019, 08:30 Uhr